

---

**Filière PC**


---

**EPREUVE DE PHYSIQUE I**

Durée : 4 heures  
Calculatrices autorisées

---

**OBTENTION D'EAU DOUCE PAR DISTILLATION DE L'EAU DE MER**

Irriguer les déserts ou fournir de l'eau potable à des villes de plus en plus peuplées, un vieux rêve de l'humanité... l'eau est toujours d'actualité .

De 18 millions de m<sup>3</sup>/jour en 1993, la capacité mondiale de dessalement (eau de mer ou eau saumâtre) devrait atteindre plus de 25 millions m<sup>3</sup>/jour en 2004 ; déjà 12500 usines de dessalement fonctionnent dans plus de 120 pays. Mais même s'ils ont tendance à baisser, les coûts restent 3 à 4 fois plus élevés que l'approvisionnement en ressources naturelles . Plusieurs Instituts de recherche et entreprises travaillent au développement de procédés particulièrement prometteurs et des solutions nouvelles font espérer que cette technique jouera un rôle de plus en plus important dans l'avenir .

On s'intéresse dans ce problème, au dessalement utilisant la vaporisation et la condensation.

La distillation est effectuée dans une enceinte calorifugée (fig 1) . Le chauffage de l'eau de mer (partie basse, bouilleur) permet son ébullition (à  $T_e$ ) . La vapeur d'eau est liquéfiée dans la partie haute sur des tubes parcourus par l'eau de mer entrant en A, provenant de l'extérieur, (condenseur), l'eau douce est ensuite pompée vers l'extérieur (en S) . L'air a été chassé de l'enceinte et le seul gaz présent est la vapeur d'eau créée par le bouilleur (à  $T_e, P_e$ ) . L'eau de mer contenue dans l'enceinte sera assimilée à de l'eau douce (même capacité thermique massique  $c$  (indépendante de  $T$ ), etc....) .

On ne s'intéresse qu'au régime permanent .

**LE CONDENSEUR .**

Débit de masse d'eau de mer  $D_m$  , débit de masse d'eau douce  $D_e$  .

Température de l'eau de mer en A :  $T_A$  , à la sortie du condenseur en B :  $T_B$  .

1 - Préciser la température de l'eau douce condensée et sa température à la sortie du condenseur en S.

2 - Exprimer la variation d'enthalpie pour l'eau de mer du tube AB pendant une durée  $dt$ , en fonction de  $D_m, c, T_A$  et  $T_B$  .

Déterminer de même la variation d'enthalpie de l'eau qui se condense pendant  $dt$ , en fonction de  $D_e$  et  $L(T_e)$  (enthalpie massique de vaporisation de l'eau de à  $T_e$ ) .

En déduire la relation  $T_B = T_A + (D_e \cdot L(T_e)) / (D_m \cdot c)$  .

**Tournez la page S.V.P.**

3 - On modélise le condenseur par un tube cylindrique en acier de rayon  $a$ , de longueur  $d$  et d'épaisseur  $e \ll a$ .

Soit  $\vec{j} = -\lambda \overline{\text{grad}} T$  le vecteur densité de courant thermique (loi de Fourier).

Montrer qu'en régime permanent, conservatif,  $\vec{j}$  est à flux conservatif.

Justifier :  $\vec{j} = j(r) \cdot \vec{u}_r$  et  $T = T(r)$  dans la paroi du tube ( $r$  : distance entre l'axe du tube et le point considéré).

Soit  $p$  la puissance linéique transférée de la face interne (rayon  $a$ ) vers la face externe (rayon  $a+e$ ).

Etablir l'expression de  $\vec{j}$  en fonction de  $p$ .

En déduire l'équation différentielle vérifiée par  $T(r)$ , puis la relation entre  $p$ ,  $T(a)$  et  $T(a+e)$ .

En déduire la résistance thermique linéique  $R_0$  qu'on écrira sous la forme  $\alpha \cdot e/a$ .

4 - Il faut tenir compte du flux thermique à l'interface eau douce (température  $T_e$ ) / acier ( $T(a+e)$ ) : la puissance surfacique est donnée par  $p' = h \cdot (T_e - T(a+e))$  (loi de Newton).

Préciser pour  $p' > 0$  le sens du transfert thermique.

Montrer qu'on peut associer à ce transfert à l'interface la résistance thermique linéique  $R_{cc}$ .

En déduire la résistance thermique linéique  $R_t$  du tube d'acier.

A.N. :  $\lambda = 15 \text{ SI}$ ,  $h = 10 \text{ SI}$ . Justifier qu'on peut négliger  $R_0$ , donner alors l'expression de  $R_t$ .

5 - On désigne par  $x$  la distance parcourue par l'eau de mer dans le tube depuis l'entrée en A.

Sa température est alors  $T(x)$  (la même en tous les points d'une section droite).

Effectuer un bilan enthalpique pour une tranche  $dx$  du tube. On précisera soigneusement la méthode utilisée.

En déduire l'équation différentielle vérifiée par  $\theta = (T(x) - T_e)$  puis l'expression de  $T(x)$ . On posera  $\delta = D_m \cdot c \cdot R_t$ .

En déduire la longueur  $d$  du tube et la puissance totale  $P_m$  échangée par l'eau de mer en fonction de  $T_A$ , et des paramètres du système.

6 - Vérifier l'expression de  $P_m$  en effectuant un bilan enthalpique pour le tube de longueur  $d$ .

7 - A.N. : la pression dans l'enceinte est la pression atmosphérique  $P_e = P_a$ .

$T_A = 283 \text{ K}$ ,  $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $h(v)$  (enthalpie massique de vapeur d'eau saturante) =  $2676 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

$h(l)$  (enthalpie massique de l'eau liquide saturante) =  $419 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  sous la pression atmosphérique.

On veut obtenir  $D_m/D_e = 10$ . Calculer  $T_B$ .

### LA CELLULE COMPLETE (fig 1)

8 - Déterminer le débit massique  $D_s$  de la saumure (eau salée dans le bouilleur) extraite pour que la masse d'eau reste constante dans la cellule. Préciser sa température à la sortie de la cellule.

9 - Effectuer un bilan enthalpique pour la cellule complète et en déduire la puissance de chauffage  $P_1$  en fonction de  $D_m$ ,  $c$ ,  $T_e$  et  $T_A$ .

10 - A.N. : Calculer l'énergie  $W$  consommée par  $\text{kg}$  d'eau douce fournie.

## POMPAGE DE L'EAU DE MER .

11 - L'entrée A est à l'altitude  $h$  . Déterminer la puissance minimale de la pompe en fonction de  $D_m$  et  $h$  et des autres paramètres du système .

12 - Quel système de pompe faut-il envisager suivant les valeurs de  $h$  ?

## VAPORISATION SOUS PRESSION REDUITE

On abaisse la pression dans l'enceinte jusqu'à  $P_1 = 0,25$  bar . On donne la loi de Dupré-Bertrand :

$$\ln(P_s/P_0) = 56,6 - 7,18 \cdot 10^3/T - 6,3 \cdot \ln(T) ;$$

$P_0 = 1$  bar,  $P_s$  : pression de vapeur saturante,  $T$  en Kelvin ( $273K < T < 473K$ ) .

13 - Tracer la courbe  $\ln(P_s/P_0)$  en fonction de  $T$  .

Déterminer graphiquement la température  $T_1$  de la vapeur d'eau dans l'enceinte .

Etablir la relation de Clapeyron donnant l'enthalpie massique de vaporisation  $L(T)$  .

En déduire  $L(T)$  en fonction de  $T$  (en assimilant la vapeur d'eau au Gaz Parfait) sous la forme

$$L(T) = a - b \cdot T \text{ et calculer sa valeur à } T_1 .$$

Comparer la courbe  $\ln(P_s/P_0)$  obtenue en considérant  $L$  constante =  $L(373K) = 2,25 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  avec la courbe de Dupré-Bertrand . Conclusion .

Dans les mêmes conditions par ailleurs ( $T_A = 283K$ , même valeur de  $D_m/D_e$ ), calculer  $T_B$  .

## LE COMPRESSEUR

On s'intéresse maintenant au système qui maintient la pression  $P_1$  dans l'enceinte .

( $T_1 = 337K$  et  $P_s = P_1 = 0,25$  bar) (fig. 2).

On aspire la vapeur d'eau à l'aide d'un compresseur qui élève sa pression . Cette vapeur est ensuite réintroduite dans la cellule où elle se liquéfie totalement au contact de l'eau salée .

Le compresseur a un taux de compression  $\tau = P_F/P_E$ , il fonctionne de façon adiabatique (on négligera toujours l'énergie cinétique) .

14 - Etablir la relation entre le débit de masse  $D_v$  de la vapeur aspirée,  $h_E$  et  $h_F$ , les enthalpies massiques de la vapeur à l'entrée E et à la sortie F et la puissance  $P_c$  fournie à la vapeur par le compresseur .

15 - La vapeur d'eau est assimilée au Gaz Parfait et la compression est considérée comme réversible.

Déterminer la relation entre  $T_1$ ,  $T_F$  et  $\tau$  (on posera  $\gamma = c_p / c_v$ ) .

16 - A.N. :  $c_p = 1,9 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $\tau = 1,4$ ,  $\gamma = 1,3$  .

Calculer la puissance  $P_c$  en fonction de  $D_v$  . Vérifier que l'eau est sous forme vapeur en F .

17 - On abandonne l'hypothèse du Gaz Parfait pour le modèle d'un gaz de sphères dures . L'enthalpie libre massique s'écrit :

$$g = h_0 - T_0 s_0 + c_p(T - T_0) - c_p T \cdot \ln(T/T_0) + (R/M)T \cdot \ln(P/P_0) + b(P - P_0) \quad b < 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

Déterminer l'entropie  $s(T,P)$  et l'enthalpie  $h(T,P)$  massiques ainsi que l'équation d'état .

Quel est le paramètre pris en compte par rapport au modèle du G.P. ?

Etablir la relation  $c_p - c_v = -T \cdot (\partial s / \partial P)_T \cdot (\partial P / \partial T)_V$  . En déduire  $c_p - c_v$  .

Déterminer la relation entre  $T_1$ ,  $T_F$  et  $\tau$  . Calculer  $T_F$  .

Déterminer et calculer la puissance  $P_c$  en fonction de  $D_v$  . Conclusion .

**Tournez la page S.V.P.**

- 18 - Le compresseur a un rendement  $\eta = 0,9$ . Calculer l'énergie  $w'$  consommée par kg d'eau douce formée.
- 19 - L'eau douce obtenue sort en K à la température de l'enceinte, à la pression  $P_F$ . Déterminer la variation d'enthalpie massique  $\Delta h_d$  pour l'eau qui évolue de F (vapeur,  $T_F, P_F$ ) en K (liquide,  $T_1, P_F$ ), en fonction de  $L(T_1), T_1, c_p, \tau$  et  $\gamma$ . Calculer  $\Delta h_d$ .
- 20 - Calculer la masse  $m'$  d'eau de mer vaporisée par le passage d'1kg d'eau douce.

### LA CELLULE COMPLETE (fig 2).

- 21 - Effectuer un bilan enthalpique pour la cellule complète. En déduire la nouvelle valeur  $P_1'$  de la puissance de chauffage en fonction de  $D_m$  et  $D_v$ .
- 22 - Pour éviter une augmentation trop importante de la concentration en chlorure de sodium dans le bouilleur, on envisage un débit de saumure  $D_s = 0,4 D_m$  (la masse d'eau étant ainsi maintenue constante à l'intérieur de la cellule). Déterminer  $D_v$  et le débit total  $D_t$  d'eau douce en fonction de  $D_m$ .
- 23 - Déterminer et calculer l'énergie  $W_e$  consommée par kg d'eau douce formée.
- 24 - Représenter le schéma de l'installation en indiquant les températures et débits (en fonction de  $D_m$ ) aux différents points.
- 25 - On envisage d'utiliser l'eau douce fournie pour réchauffer l'eau de mer dans un échangeur, avant son entrée en A.  
A quelle température maximale  $T_A'$  pourrait-on porter l'eau de mer ?  
Quelles seraient les conséquences d'une augmentation de  $T_A$  sur le fonctionnement ?

---

Fin de l'énoncé

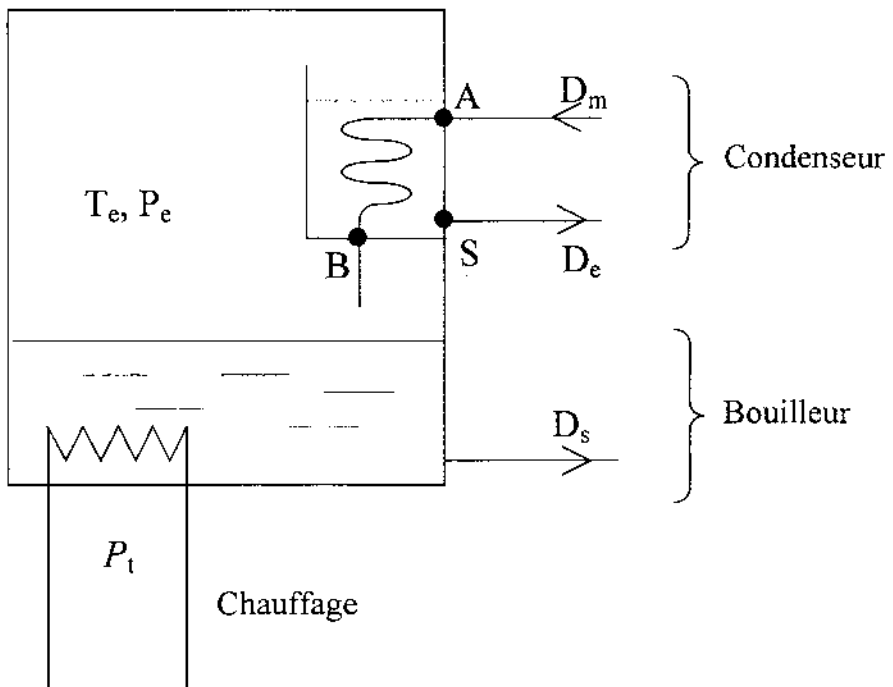


FIGURE 1

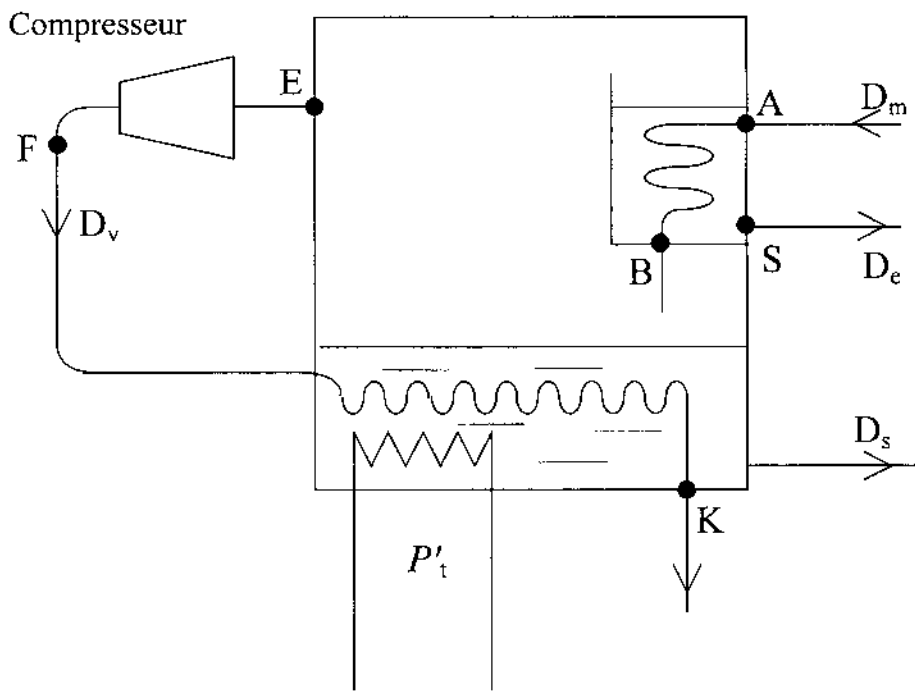


FIGURE 2