

**Ecole Nationale Supérieure des Arts et Industrie Textiles**  
**CONCOURS D'ENTREE A 2001**  
**EPREUVE de PHYSIQUE I**  
 (tous les candidats)

(Durée : 2 heures)

**Problème I : ELECTROMAGNETISME**

1. Soit une spire filiforme de rayon  $R$  parcourue par un courant d'intensité  $I$ . Déterminer l'induction magnétique  $\vec{B}_1$  créé en un point  $M$  de l'axe de la spire à une distance  $x$  du centre de celle-ci.

En déduire que la norme de cette induction est de la forme  $|\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 I \sin^3 \theta}{2R}$  où  $\theta$  est l'angle sous lequel on voit le rayon de la spire.

2. Un solénoïde (Figure 1) parcouru par un courant d'intensité  $I$ , comporte bobiné sur une seule couche,  $n_1$  spires par unité de longueur, jointives et ayant le même rayon  $R$ . On désigne par  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , les deux angles sous lesquels d'un point  $M$  de l'axe, on aperçoit respectivement la première et dernière spire du solénoïde.

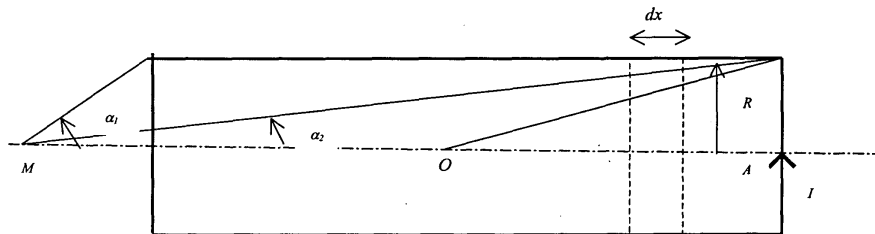


Figure 1.

2.1. Calculer à partir de la question 1, la norme de l'induction magnétique  $|\vec{B}_2|_M$  au point  $M$  en fonction de  $\mu_0, \alpha_1, \alpha_2, I, n_1$ .

2.2. En déduire la norme de l'induction magnétique  $|\vec{B}_2|_O$  au centre  $O$  et l'induction magnétique  $|\vec{B}_2|_A$  au centre  $A$  de la dernière spire.

2.3. Exprimer  $|\vec{B}_2|_M$  dans le cas où le solénoïde est très long.

Applications numériques pour :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  SI,  $n_1 = 1000$  et  $I = 1$  A.

3. Soit une bobine épaisse (figure 2), comprenant un grand nombre de spires superposées, chaque nappe ayant la structure du solénoïde de la question 2. On appellera  $n_2$  le nombre de nappes par unité d'épaisseur,  $l$  la longueur totale de la bobine,  $R_1$  son rayon intérieur et  $R_2$  son rayon extérieur. On rappelle également que :  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2}) + cst.$

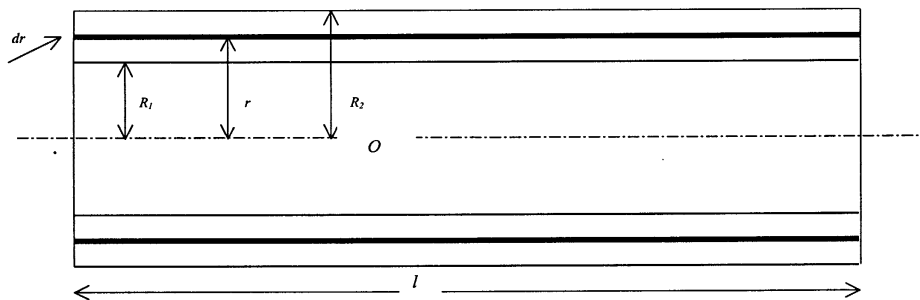


Figure 2.

- 3.1. Déterminer l'induction magnétique  $\left| \vec{B}_3 \right|_O$  au centre  $O$  en fonction de  $\mu_0, n_1, n_2, I, l, R_1, R_2$ .
- 3.2. En déduire  $\left| \vec{B}_3 \right|_O$  pour  $l/2 = R_2/2 = R_1$ .
- 3.3. Donner le nombre de spires dans ce type de bobine, sachant que l'on souhaite atteindre une induction magnétique  $\left| \vec{B}_3 \right|_O = 10 \text{ T}$  ? Applications numériques pour:  $l = 5 \text{ cm}$  et  $I = 1 \text{ A}$ .

**Problème 2: CIRCUIT OSCILLANT**

Le circuit représenté sur la Figure 3, est maintenu, l'interrupteur  $K$  étant fermé, dans cette configuration durant un temps suffisamment long pour qu'on puisse considérer qu'il est en régime permanent. L'interrupteur  $K$  est alors ouvert (l'instant d'ouverture est alors considéré comme l'instant initial,  $t = 0$ ),

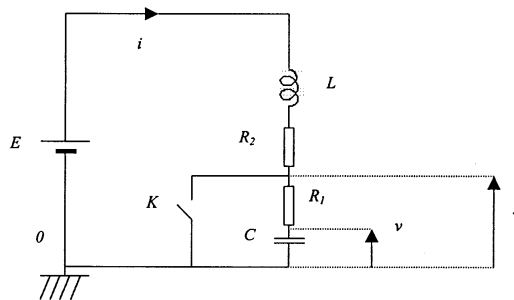


Figure 3 : Circuit oscillant

1. En justifiant vos réponses, complétez le Tableau 1, qui décrit comment se fait la transition à  $t = 0$  pour différentes grandeurs mises en jeu dans le circuit.  $t \rightarrow 0^-$  signifie que  $t$  tend vers zéro par valeurs négatives et  $t \rightarrow 0^+$  par valeurs positives.

Grandeur	$t \rightarrow 0^-$	$t \rightarrow 0^+$
$i(t)$		
$v(t)$		
$x(t)$		

Tableau 1.

2. Ecrivez pour toute valeur de  $t$  postérieure à l'ouverture de  $K$  l'équation différentielle en  $i(t)$ , puis donnez l'équation différentielle en  $v(t)$ .

3. On notera que la résistance  $R_1$  en série avec le condensateur  $C$  est précisément égale à la résistance de la bobine d'inductance  $L, R_2$ . Cette condition restera valable jusqu'à la fin du problème "Circuit oscillant".

3.1. Si  $R_1$  avait une valeur nulle, montrez que l'équation différentielle en  $v(t)$  admettrait des solutions sinusoïdales de pulsation  $\omega_0$  que vous exprimez en fonction de  $L$  et  $C$ .

3.2. En outre, montrez en écrivant l'équation caractéristique qu'il est une valeur particulière de  $R_1$ , à  $L$  et  $C$  données, conférant à cette équation une racine double.

3.3. Soit  $R_c$  cette valeur de  $R_1$  : réorganisez l'écriture de l'équation différentielle afin d'exprimer les coefficients des dérivées de  $v(t)$  en fonction exclusivement de  $\omega_0$  et du rapport  $m = R_1/R_c$ .

4. On se propose d'écrire l'équation différentielle du circuit en prenant une variable réduite définie par  $\tau = \omega_0 t$ . Les dérivées mises en jeu dans l'équation différentielle devront dorénavant être des dérivées successives de  $v$  par rapport à  $\tau$ . Déterminez ainsi la nouvelle équation différentielle régissant les évolutions de  $v(t)$ .

5. On définit les valeurs numériques suivantes :  $m = 0.5$  et  $\omega_0 = 1 \text{ radian/s}$ .

5.1. Ecrivez l'équation différentielle en  $v$ .

5.2. Résolvez l'équation caractéristique et montrez que la solution peut être exprimée sous la forme suivante :  $v(t) = Q + Ae^{\alpha t} \cos(\beta t + \varphi)$  que vous achèverez de déterminer entièrement en utilisant les valeurs initiales à  $t \rightarrow 0^+$ , prélevées dans les résultats de la question 1. compte tenu des valeurs de  $m$  et  $\omega_0$ .

5.3. Vérifiez qu'une détermination possible de l'angle  $\varphi$  est  $\pi/3 \text{ radian}$ .

6. Etude portant sur la solution  $v(t)$ .

6.1. Déterminez l'ensemble des valeurs de  $t$  telles que la courbe représentative de  $v(t)$  admette une tangente horizontale, ainsi que la valeur de  $v$  au premier de ces points rencontré sitôt après  $t = 0$ .

6.2. Montrez que les points à tangentes horizontales de  $v(t)$  sont situés sur deux courbes représentatives de deux fonctions  $y_1(t)$  et  $y_2(t)$ .

6.3. Vérifiez que les courbes représentatives des lois :  $h_{1,2}(t) = Q \pm Ae^{\alpha t}$  sont des enveloppes de la loi  $v(t)$ .

—————  $\mathcal{FIN}$  —————