

CONCOURS D'ENTRÉE 2000

ÉPREUVE DE PHYSIQUE

FILIERE PHYSIQUE CHIMIE

DURÉE : 3 heures.

N.B. : Ce sujet comporte 4 pages de texte

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.



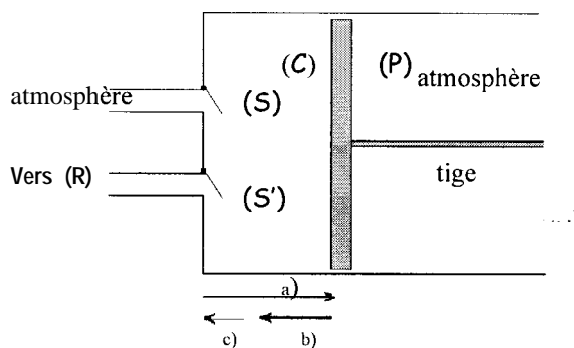
EXERCICE A

I Etude simplifiée d'un compresseur :

Un compresseur est constitué par un cylindre horizontal, muni

- d'un piston (σ), mobile sans frottement, en contact permanent à droite avec l'atmosphère (pression P_0 , température T_0) ; une tige fixée au piston permet à un opérateur de déplacer l'ensemble tige-piston.
- de 2 soupapes (a) et (a'), assurant au volume effectif du cylindre (ε) d'être en contact, soit avec l'atmosphère, soit avec le réservoir(u) dans lequel doit être stocké l'air comprimé.

Le mouvement du piston est décomposé en 3 phases :



- Phase d'admission : de l'air est prélevé, progressivement, à pression P_0 et température T_0 constantes ; (a) ouverte et (π') fermée. Au début de cette phase a), le volume de (ε) est nul.
- Phase de compression : l'air est comprimé isentropiquement jusqu'à la pression P ; (π) et (π') sont fermées ; la température de l'air est alors notée T .

- Phase de refoulement : l'air est refoulé dans (u), à pression P et température T constantes ; (π) fermée et (π') ouverte.

En régime permanent, le compresseur fournit un débit massique noté D . L'air est considéré comme un gaz parfait.

Valeurs numériques : $P_o = 1 \text{ bar}$ $D_m = 50 \text{ kg/h}$ $T_o = 280 \text{ K}$ $T = 545 \text{ K}$
 $\gamma = (\text{rapport des capacités thermiques à P et à V constants}) = C_p/C_v = 1,4$
 $R = (\text{constante des gaz parfaits}) = 8,31 \text{ J/K/mole}$ $M = (\text{masse molaire de l'air}) = 29 \text{ g}$

1. En fonction d'un paramètre à définir, tracer qualitativement la courbe traduisant les variations de la pression de l'air dans (ϵ), pendant un cycle. On indiquera sur ce schéma qualitatif, les phases a), b) et c).
2. Quelle est l'expression de la pression P ? Quelle est sa valeur numérique ?
3. On admet que l'opérateur déplace (σ) réversiblement. Déterminer pour les 3 phases, les travaux W_a , W_b et W_c fournis par l'opérateur. On utilisera les divers paramètres cités et on introduira les volumes V_o , volume d'air dans (E) en fin de phase a) et V_f , volume d'air dans (E) en fin de phase b).
4. En déduire l'expression du travail fourni par l'opérateur pendant un cycle : on l'exprimera en fonction de n (nombre de moles d'air transvasées), R, T et T_o .
Vérifier que l'expression de ce travail représente la variation d'une fonction d'état du gaz à préciser.
5. Quelle est, en régime permanent, la puissance fournie par l'opérateur ?
6. En fait, la compression de l'air n'est pas adiabatique : la température, en fin de compression vaut $T^* = 500 \text{ K}$; on admet que la puissance thermique perdue par l'air, pendant cette phase vaut $\sigma_{th} = -209 \text{ W}$.
 - a) En étudiant, à nouveau, le travail fourni par l'opérateur pendant un cycle, montrer que les grandeurs σ_{op} , σ_{th} , D_m et f_h sont liées par une relation simple.
 σ'_{op} : puissance fournie par l'opérateur
 f_h : variation d'enthalpie massique de l'air transvasé
 - b) Quelle est la nouvelle puissance fournie ? Comparer à la valeur obtenue en 5.

II Utilisation d'air comprimé :

1. Citer, sans commentaires, un appareil simple, utilisant un compresseur (autre que celui suggéré dans les questions suivantes !).
2. Au moyen d'air comprimé, stocké dans un réservoir (u), de volume $V = 300 \text{ L}$, on souhaite gonfler, à température constante $T_o = 300 \text{ K}$, un pneumatique (σ) de volume $v = 60 \text{ L}$, constant.
La pression initiale, dans (u) est $P_o = 15 \text{ bars}$; celle dans (σ) est considérée comme négligeable vis à vis de la pression finale $P'_f = 2,5 \text{ bars}$.
 - a) Quelle est la valeur de la pression P_f dans (u) à la fin du gonflage du 1^{er} pneumatique ?
 - b) Combien peut-on gonfler de pneumatiques identiques, sans recharger le réservoir ?
3. On modélise le débit massique du gonfleur par :

$$D_m(t) = \beta [P(t) - P'(t)] \quad \text{où}$$

$$P(t) : \text{ pression instantanée dans (v)} \qquad P'(t) : \text{ pression instantanée dans } (\sigma)$$

$$\beta : \text{ coefficient numérique} = 5 \times 10^{-9} \text{ kg.s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$$
 - a) Etablir dans les variables P' et t , l'équation différentielle, à coefficients numériques, liée au gonflage du 1^{er} pneumatique.

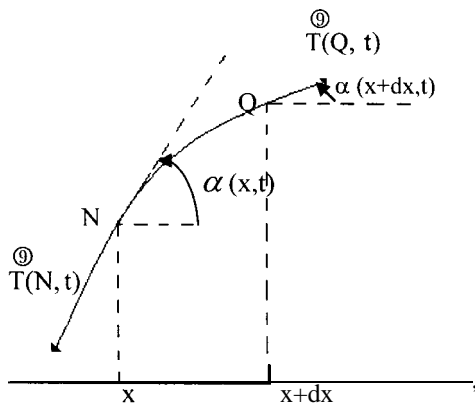
- b) En déduire, dans cette modélisation, la durée de gonflage de ce pneumatique. On donne

$$\int_{x=0}^{x=2,5} \frac{dx}{75 - 6x} = 0,037$$

- c) Représenter, qualitativement, après une brève justification, sur un même diagramme, les courbes $P'(t)$ pour le gonflage du 1^{er}, du 2^{ème} et du dernier pneumatique.

EXERCICE B

I Ondes transversales dans une corde, sans raideur :



Une corde vibrante, de section constante, de longueur L , de masse linéique μ , est tendue entre 2 points fixes 0 et A, sur l'axe Ox.

Au repos la corde est sur Ox. On s'intéresse à l'étude des petits déplacements transversaux des points de la corde, dans le plan Oxz ; on néglige l'action de la pesanteur et on admet que la tension, notée T_0 , est constante.

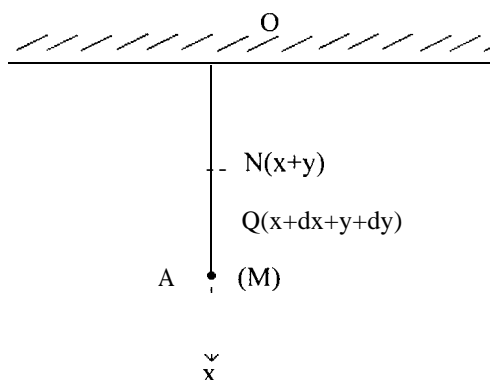
On considère un élément de la corde, entre les abscisses x et $x + dx$, noté NQ à la date t . Le petit déplacement du point N est noté $z(x,t)$.

1. Justifier brièvement l'affirmation que la tension est constante.
2. Par application de la relation fondamentale de la dynamique, montrer que le déplacement $z(x,t)$ satisfait à une équation du type d'Alembert.
3. Exprimer, en fonction des paramètres introduits, la célérité, notée c , de cette onde transversale.
4. On s'intéresse aux solutions de la forme $z(x,t) = z_0 \cdot \sin(kx + \varphi) \cdot \cos(\omega t + B)$ où z_0 , φ et B sont des constantes.
 - a) Etablir la relation liant k à ω ; comment appelle-t-on cette relation ?
 - b) Montrer que les seules fréquences possibles sont de la forme $\omega = p \cdot \omega_0$, où $p \in \mathbb{N}^*$. Que représente ω_0 ? Quelle est son expression en fonction des données ?
 - c) Application numérique : une corde cylindrique, en acier, de masse volumique $7,8 \text{ g/cm}^3$, de diamètre $1,16 \text{ mm}$ a une longueur $L = 1,25 \text{ m}$. La fréquence du mode fondamental est $27,5 \text{ Hz}$. Calculer la célérité des ondes transversales et la tension de cette corde.
5. On impose maintenant, à l'aide d'un dispositif approprié, un déplacement sinusoïdal à l'extrémité 0 : $z(O,t) = Z_0 \cos \Omega t$. On s'intéresse uniquement aux solutions stationnaires $z(x,t) = f(x) \cos \Omega t$.
 - a) Définir la notion d'onde stationnaire.
 - b) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la fonction $f(x)$.
 - c) On suppose $\sin(\Omega L/c) \neq 0$. Déterminer l'expression simplifiée de $f(x)$.
 - d) Définir les positions des nœuds du système d'ondes stationnaires et exprimer la distance entre 2 nœuds consécutifs, en fonction de la longueur d'onde λ .
 - e) Montrer que pour certaines valeurs de la pulsation Ω , il y a résonance ; commenter votre réponse.

II Ondes longitudinales dans la corde, avec raideur :

La corde, de masse totale m , possède maintenant une raideur notée k . Le champ de pesanteur uniforme est caractérisé par g .

1. Etude statique



La corde est suspendue au point O ; à l'extrémité libre A est suspendue une masse ponctuelle M .

L'élément de la corde, compris en l'absence de toute traction entre les abscisses x et $x + dx$, devient l'élément NQ , entre les abscisses $x + y(x)$ et $x + dx + y + dy$. A l'équilibre du système, l'élément de longueur initiale dx s'est donc déplacé, et allongé de la longueur dy , sous l'action de la portion QA .

On admet que la tension de la corde, au niveau du point N (d'abscisse initiale x) est donnée par

$$kL \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)_t \text{ où } s(x,t) \text{ est le déplacement, supposé petit du point } N.$$

- En raisonnant sur la portion NA , en équilibre, établir l'équation différentielle liant y et x .
- En déduire l'allongement AL du fil, en fonction de g , M , m et k . Quelle est la contribution due à la seule masse de la corde ?

2. Etude dynamique :

Lorsque l'équipage est un mouvement vertical, la distance ON devient $x + y(x) + z(x,t)$ (déplacement toujours petit).

a) Montrer que $z(x,t)$ satisfait aussi à une équation de type d'Alembert.

b) On donne $k = 10 \text{ N/m}$; quelle est la célérité c' des ondes ?

c) Justifier brièvement l'existence de solutions du type

$$z(x,t) = Z_0 \sin \left(\frac{\omega x}{c'} \right) \cos(\omega t + B)$$

d) Ecrire directement l'équation différentielle décrivant le mouvement de la masse M , fixée en A . En déduire la relation en k et ω .

e) Si la masse m est négligeable devant M , retrouver l'expression classique de la période des petits mouvements du point A .

